|  |
| --- |
| **Lesplan** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Module:** | Patronen |
| **Lesuren:** | 6 x 40-minuten |
| **Niveau/leeftijd:** | Rang 6 |
| **Korte beschrijving:** | De module houdt studenten bezig met groeiende patronen. Leerlingen gaan aan de slag met het identificeren en representeren van groeiende patronen en het vinden van recursieve en functionele relaties. |
| **Ontwerpprincipes:** | **Aanvraag** |  |  |  |
| **Situatie** |  |  |  |
| **Digitale hulpmiddelen** |  |  |  |
| **Uitvoering** |  |  |  |
| * Betekenisvol: Voortbouwen op de intuïtieve kennis en dagelijkse levenservaringen van studenten met levensechte scenario's
* Belichaming: Perceptueel-motorische (actie-perceptie) ervaringen met het opmerken van de covariatie en correspondentie relatie door het begrip te gronden op concrete handelingen over hoe het patroon groeit.
* Onderzoekend leren: recursieve en functionele relaties verkennen
* Digitaal: tabletapparaten uitgerust met geschikte apps
* Didactische fenomenologie / gesitueerdheid: de covariatie- en correspondentierelaties worden vastgelegd, in tabelvorm en gemathematiseerd
 |
| **Functioneel denken:** | **Invoer - Uitvoer** |  |  |  |
| **Covariatie** |  |  |  |
| **Correspondentie** |  |  |  |
| **Object** |  |  |  |
| **Leerdoelen:** | * Groeiende en herhalende patronen identificeren
* Groeipatronen weergeven en beschrijven met woorden, tabel, grafiek
* Groeipatronen uitbreiden met verschillende manieren van denken
* Covariatie- en correspondentierelaties in groeipatronen identificeren
* De relaties uitdrukken (verbaal/symbolisch) en generaliseren
 |

|  |
| --- |
| **Activiteiten** |

Verkenningen

**Verkenning 1.**

*Leerlingen onderzoeken de structuur van een groeiend patroon, dat van de menselijke piramide, en proberen dan een grotere piramide te maken (niet noodzakelijk de "volgende"). De leerkracht selecteert tweetallen leerlingen om hun werk te presenteren.*

*Nuttige vragen: Hoeveel mensen zijn er nodig om de piramide te bouwen? Hoeveel mensen zijn er nodig aan de basis van de piramide? Hoeveel mensen zijn er nodig om de volgende grootste piramide te bouwen? Kunnen we een piramide maken met 16 mensen?*

**Voorgestelde hulpmiddelen/materialen:** Video

**Geschatte duur:** 15 minuten

**Verkenning 2.**

*Leerlingen werken in tweetallen aan de app "Slider & Figures". De leerlingen wordt gevraagd de app te verkennen en de cursor te verslepen om piramides van verschillende groottes te maken. Daarna wordt hen gevraagd uit te zoeken hoeveel vierkantjes er nodig zijn om de volgende piramide (piramide 12) te bouwen en uit te leggen hoe ze het aantal vierkantjes kunnen vinden als ze het nummer van de piramide weten.*

*Nuttige vragen: Hoeveel vierkantjes zijn er nodig om piramide 12, piramide 13 en piramide 14 te bouwen? Wat verandert er en wat blijft er elke keer hetzelfde? Hoeveel vierkantjes zijn er elke keer meer nodig? Hoe kunnen we de vierkanten berekenen die nodig zijn voor piramide 12 zonder ze op te meten?*

**Voorgestelde gereedschappen/materialen:** GeoGebra app

**Geschatte duur:** 15 minuten

Activiteiten

**Activiteit 1.**

*Leerlingen worden uitgenodigd om de toepassing te verkennen. Ze kunnen het aantal grijze en groene vakjes variëren om te ontdekken hoe het patroon zich ontwikkelt. In deze app is elke volgende term gelijk aan de som van de vorige twee termen min één.*

**Voorgestelde gereedschappen/materialen:** GeoGebra app

**Geschatte duur:** 10 minuten

**Activiteit 2.**

*Leerlingen werken in tweetallen op hun tablet. Leerlingen wordt gevraagd de app te verkennen, uit te zoeken hoe het werkt en de schuifbalk te verslepen om verschillende waarden van grijze vierkanten te krijgen. Dezelfde recursieve regel is van toepassing bij het veranderen van het aantal grijze vierkanten. Leerlingen kunnen een hypothese maken over de patroonregel en deze vervolgens controleren met de optie "Volgende figuren".*

*Nuttige vragen: Hoe gaat het patroon verder? Waarom is het een patroon? Hoe zou je het patroon beschrijven aan iemand die het nog nooit gezien heeft? Zoek verschillende manieren om het patroon te beschrijven. Hoeveel vierkantjes heeft elke volgende figuur?*

*Verder wordt van de leerlingen verwacht dat ze het verband leggen tussen het getal en het aantal vierkanten met behulp van verschillende representatiemiddelen (woorden, tabellen, symbolen). Afhankelijk van het niveau van de leerlingen kan de leerkracht de moeilijkheidsgraad van het verband kiezen. Bijvoorbeeld, als Aantal grijze vierkantjes=1, is de regel Figuur* $n=2n-1. $*Wanneer Aantal grijze vierkanten=2, is de regel Figuur* $n=2n$*en wanneer Aantal grijze vierkantjes=3, is de regel Figuur* $n=2n+1$*.*

**Voorgestelde gereedschappen/materialen:** Tabletapparaten, Geogebra-app

**Geschatte duur:** 30 minuten

**Activiteit 3.**

*De opdracht gaat over Chris die ontwerpen maakt voor textiel. Het groeipatroon bestaat uit drie grootheden: het aantal zwarte vierkanten, het aantal grijze vierkanten en het totale aantal vierkanten.*

*De vragen (a), (b) en (c) zetten de leerlingen aan tot het identificeren en beschrijven van de structuur van het patroon, terwijl vraag (d) de leerlingen aanzet tot het uitdrukken van de recursieve regel in vrij algemene termen, omdat de leerlingen gevraagd wordt hoeveel vierkantjes elke opeenvolgende sectie meer zou hebben. Daarna worden de leerlingen in Vraag (e) geleidelijk aangemoedigd om het functionele verband te vinden tussen het aantal zwarte vierkantjes en het totale aantal vierkantjes. Leerlingen wordt gevraagd om vooruit te werken vanuit het aantal zwarte vierkantjes om het totale aantal vierkantjes te vinden en ook om terug te werken vanuit het totale aantal vierkantjes naar het aantal zwarte vierkantjes. In vraag (f) wordt de algemene regel gegeven en wordt de leerlingen gevraagd te beargumenteren waarom deze regel waar is.*

*Leerlingen kunnen zelfstandig werken voor de vragen (a)-(e), dan hun antwoorden delen en vraag (f) bespreken. Daarna worden de leerlingen aangemoedigd om in een klassikale discussie uit te leggen hoe ze de tabellen hebben ingevuld en waarom de regel van Chris werkt.*

**Voorgestelde gereedschappen/materialen:** Rasterpapier

**Geschatte duur:** 30 minuten

**Activiteit 4.**

Leerlingen wordt gevraagd de app te gebruiken en hun eigen patronen te maken met behulp van de patroonblokken. Hun patronen kunnen zich herhalen of groeien (afhankelijk van hun niveau). De leerkracht kan ook de regel van het patroon instellen (bijvoorbeeld: elke keer als ik 2 toevoeg, is de algemene regel 2n-1).

**Voorgestelde gereedschappen/materialen:** Tablet, app

**Geschatte duur:** 10 minuten

**Activiteit 5.**

*Leerlingen gaan aan de slag met een groeiend geometrisch patroon. Deze taak is gebaseerd op de ervaringen van de leerlingen met de vorige taken en biedt de gelegenheid om verder te oefenen.*

*(Vragen (b)-(h) kunnen worden aangepast voor andere patronen, als verdere oefening nodig is)*

**Voorgestelde gereedschappen/materialen:** Rasterpapier, kubussen

**Geschatte duur:** 40 minuten

Uitbreidingsactiviteiten:

*Dit onderdeel presenteert taken die voortbouwen op de ervaringen van leerlingen met de vorige activiteiten en is bedoeld om verdere mogelijkheden voor oefening te bieden.*

*In Activiteit 1 wordt van de leerlingen verwacht dat ze zich bezighouden met een patroon uit de natuur. De leerlingen wordt gevraagd het aantal zeshoeken te vinden voor de 3rd stap van de honingraat. Vervolgens ordenen de leerlingen de informatie in een tabel, waarin de overeenkomst tussen het aantal stappen en het aantal zeshoeken zichtbaarder wordt. Leerlingen wordt ook gevraagd uit te drukken hoeveel zeshoeken ze nog nodig zouden hebben voor de stap 4th om te zien hoe het patroon verandert naarmate het groeit. Leerlingen werken in groepjes en geselecteerde groepjes delen hun werk met de hele klas.*

*In Activiteit 2 werken de leerlingen aan een andere app waarbij ze het aantal grijze vierkanten kunnen variëren. Ze worden gevraagd om de patroonregel (recursieve regel) te vinden en hun antwoord te controleren door 'Volgende cijfers' te selecteren. (Als Aantal grijze vierkantjes=1, dan wordt de Fibonacci-reeks getoond).*

*In Activiteit 3 werken de leerlingen opnieuw met de Fibonacci-reeks. Er wordt verwacht dat er verbanden worden gelegd met de vorige toepassing (aantal grijze vierkantjes=1). De leerlingen wordt gevraagd de regel te beschrijven, uit te leggen hoe de reeks zich voortzet en de grafische voorstelling van de Fibonacci-reeks te beschrijven. Daarnaast moeten de leerlingen bepalen hoe de Fibonacci-reeks op een schaal verschijnt met behulp van de gegeven voorstelling. Leerlingen kunnen ook werken aan het construeren van de Fibonacci-reeks door vierkantjes in te kleuren op rasterpapier.*

*In Activiteit 4 wordt de leerlingen gevraagd hun eigen groeipatroon te maken zonder enige beperking en in Activiteit 5 met de beperking een gegeven regel te volgen. Voor Activiteit 4 moeten de leerlingen bedenken hoe de eerste figuren eruit zouden zien, hoe het patroon op een systematische manier zou groeien. Voor Activiteit 5 moeten de leerlingen de regel interpreteren, begrijpen wat* $4n$ *en* $+4$ *voor staan. De leerkracht kan zo nodig een hint geven om patronen te zoeken die hetzelfde zijn.*

*In activiteit 6 gaan de leerlingen aan de slag met een groeiend getallenpatroon. De leerlingen moeten werken vanuit de recursieve regel naar een functionele regel die de plaats met het getal correspondeert en dit verbaal en symbolisch uitdrukken.*

**Voorgestelde gereedschappen/materialen:** App, Rasterpapier

**Geschatte duur:** 80 minuten

|  |
| --- |
| **Beoordeling** |

1. Selecteer de patronen. Leg uit.
2. 0, 2, 4, 7, 9, 11, 13, ...
3. 3, 6, 12, 24, 48, 96, ...
4. 
5. 
6. Zoë maakt het volgende patroon.
7. Hoeveel vierkantjes zou Figuur 4 hebben?
8. Hoeveel vierkantjes zou elke volgende figuur meer hebben?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Chart, box and whisker chart  Description automatically generated | Chart, box and whisker chart  Description automatically generated | Chart, box and whisker chart  Description automatically generated |
| Figuur 1 | Figuur 2 | Figuur 3 |

1. Een patroon begint met het getal 5 en voegt daar steeds 4 aan toe. Wat zijn de eerste vijf termen van dit patroon?
2. Volg de instructies om het patroon in het vak hieronder in te vullen.

"Je eerste stap is om te beginnen met nummer 1. Je tweede stap is om 3 toe te voegen. Je tweede stap is om 3 toe te voegen. Daarna voeg je 3 toe aan elke term om bij de volgende term te komen".

1. Vul de volgende tabel in.

|  |  |
| --- | --- |
| **Stapnummer** | **Patroonnummer** |
| 1 | 1 |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| 5 |  |

1. Maak een grafiek (met rasterpapier of dynamische meetkunde software) gebaseerd op de bovenstaande tabel met als coördinaatpunten het stapnummer en het patroonnummer.
2. Gebruik de grafiek om het patroonnummer voor stap 12 te vinden.
3. Kai construeert het volgende patroon.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A picture containing chart  Description automatically generated | A picture containing chart  Description automatically generated | A picture containing chart  Description automatically generated |
| Figuur 1 | Figuur 2 | Figuur 3 |

1. Hoeveel driehoeken zou Figuur 12 hebben?
2. Hoeveel driehoeken zou Figuur $n$ hebben?

**Digitaal gereedschap:**

*Verkenning 1:*

<https://www.youtube.com/watch?v=t179ZcUdCOA&t=241s>

*Verkenning 2:*

<https://www.geogebra.org/m/vcypf5kn>



*Activiteit 1:*

<https://www.geogebra.org/m/uspjg538>



*Activiteit 2:*

<https://www.geogebra.org/m/rusymz3d>



*Activiteit 4:*

[Patroonvormen door Het Wiskunde Leercentrum](https://apps.mathlearningcenter.org/pattern-shapes/)