|  |
| --- |
| **Scanariusz lekcji** |

|  |  |
| --- | --- |
| **Moduł:** | Maszyny funkcyjne |
| **Czas nauczania:** | 3 x 40 minut |
| **Poziom klasy/przedział wiekowy:** | Klasy 5-6 (10-12 lat) |
| **Krótki opis:** | Moduł angażuje uczniów w analizę relacji między maszynami funkcyjnymi, bada ich graficzną reprezentację i wyjaśnia regułę obowiązującą dla wartości wejściowych i wyjściowych. |
| **Zasady projektowania:** | **Odkrywanie** |  |  |  |
| **Sytuacyjność** |  |  |  |
| **Narzędzia cyfrowe** |  |  |  |
| **Ucieleśnienie** |  |  |  |
| * Znaczące: Opieraj się na intuicyjnej wiedzy uczniów i doświadczeniach z życia codziennego, korzystając z gier i scenariuszy z życia wziętych
* Ucieleśnienie: Doświadczenia percepcyjno-motoryczne (percepcja działania) polegające na dostrzeganiu zgodności pomiędzy wartościami wejściowymi i wyjściowymi, ugruntowujące zrozumienie związku pomiędzy zaangażowanymi wielkościami z konkretnymi działaniami
* Uczenie się oparte na dociekaniu: badanie relacji jakościowych i ilościowych (addytywne, multiplikatywne, liniowe)
* Cyfrowe: tablety wyposażone w odpowiednie aplikacje
* Fenomenologia dydaktyczna / usytuowanie : zgodność wartości ze zbiorów danych (wejście-wyjście) jest rejestrowana, tabelaryzowana i matematyzowana
 |
| **Myślenie funkcyjne:** | **Wejście wyjście** |  |  |  |
| **Kowariacja** |  |  |  |
| **Korespondencja** |  |  |  |
| **Obiekt** |  |  |  |
| **Cele nauki:** | * Konceptualizacja operacji arytmetycznych jako funkcji w sposób niejawny
* Konceptualizacja funkcji jako proces wejścia-wyjścia
* Dostrzeganie, uogólnianie i wyrażanie zależności addytywne, multiplikatywne i liniowe
* Stosowanie wyrażeń funkcyjnych do modelowania rzeczywistych scenariuszy
 |

|  |
| --- |
| **Realizacja** |

Format propozycji dla uczniów

**Aktywność rozgrzewkowa – faza wejściowa**

Zgadnij moje urodziny

*Uczniowie muszą wykonać pewne obliczenia, uwzględniając miesiąc swoich urodzin i znaleźć konkretną liczbę dla każdego z nich. Liczba ta oznacza datę i miesiąc urodzin. Następnie nauczyciel oblicza datę urodzenia każdego ucznia na podstawie wartości wyjściowej swoich obliczeń.*

|  |
| --- |
| *Instrukcje:**Wykonaj następujące obliczenia.** *Zapisz liczbę odpowiadającą Twojemu miesiącowi urodzenia*
* *Pomnóż przez 5*
* *Dodaj 7*
* *Pomnóż przez 4*
* *Dodaj 13*
* *Pomnóż przez 5*
* *Dodaj liczbę odpowiadającą Twojemu dniu urodzenia*
* *Jaki jest twój wynik?*
 |

**Sugerowane narzędzia/materiały/:**

* Ulotka dla uczniów

**Szacowany czas trwania:** 15 minut

**Badanie**

Aktywność całej klasy.

*Nauczyciel zaznacza kolorami w klasie cztery miejsca (niebieski, czerwony, żółty i zielony). Nauczyciel pełni rolę maszyny funkcyjnej. Każdy uczeń podchodzi do nauczyciela, a nauczyciel zadaje mu od trzech do czterech pytań na osobności. Jednym z pytań jest to, ilu masz braci/sióstr. Na podstawie odpowiedzi na te pytania kieruje ucznia w odpowiednie miejsce (niebieski: brak braci/sióstr, czerwony: 1, żółty: 2, zielony: trzech lub więcej). Uczniowie nie znają zasad nauczyciela. Po zakończeniu korespondencji uczniowie przy każdym kolorowym miejscu proszeni są o dyskusję, aby dowiedzieć się, dlaczego zostali wysłani w to samo miejsce.*

*W dyskusji całej klasy uczniowie prezentują swoje pomysły: Nauczyciel intuicyjnie wyłania podstawowe idee koncepcji funkcji: Każdy uczeń może zostać wysłany tylko do jednej plamki barwnej, w oparciu o zasadę maszyny (nauczyciel), a pewna liczba uczniów może zostać wysłany do plamki koloru.*

*Następnie uczniowie proponują własne maszyny, wyjaśniając zasadę i możliwe wartości obu zbiorów.*

**Sugerowane narzędzia/materiały:**

* Kolorowe papiery

**Szacowany czas trwania: 20** minut

**Aktywność 1.**

*Uczniowie pracują w parach nad aplikacją GeoGebra (* [Maszyna Funkcyjna (1) –](https://www.geogebra.org/m/fnwqjmsf) [GeoGebra](https://www.geogebra.org/m/c5ntdqmw) *) na swoich tabletach, jak pokazano poniżej.*

 **

1. *Uczniowie proszeni są o wybranie maszyny funkcyjnej 1 (struktura addytywna) i eksperymentowanie, co otrzymają, wstawiając do maszyny różne wartości. Następnie muszą wypełnić poniższą tabelę i wyjaśnić zasadę działania maszyny.*

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 0 |  |
| 3 |  |
| 5 |  |
| 7 |  |
| 10 |  |
| 12 |  |
| 15 |  |

1. *Następnie uczniowie proszeni są o wybranie maszyny funkcyjnej 3 (struktura multiplikatywna) i eksperymentowanie, co otrzymają, wstawiając do maszyny różne wartości. Następnie muszą powtórzyć te same ćwiczenia, co poprzednie, z tymi samymi numerami. Następnie nauczyciel przeprowadza dyskusję z całą klasą, a uczniowie muszą dowiedzieć się, która maszyna wykonuje równania addytywne, a która równania multiplikatywne.*

**Sugerowane narzędzia/materiały:**

* Urządzenia typu tablet, aplikacja, materiały dla uczniów

**Szacowany czas trwania:** 10 minut

**Aktywność 2.**

*Uczniowie kontynuują pracę w parach nad aplikacją GeoGebra
 (* [Function Machines (11) –](https://www.geogebra.org/m/bqmp7tq2) [GeoGebra](https://www.geogebra.org/m/evfnv3v3) *) na swoich tabletach. W tym zadaniu uczniowie proszeni są o zaprogramowanie pustej maszyny i wykonanie czterech operacji.*



*Najpierw muszą zaprogramować dwie maszyny funkcyjne, które utworzą następujące tabele:*

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 1 | 7 |
| 2 | 14 |
| 4 | 28 |
| 7 | 49 |

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 6 | 2 |
| 7 | 3 |
| 8 | 4 |
| 10 | 6 |

*Następnie poprosili o zaprogramowanie własnej maszyny i wypełnienie tabeli wartości. Następnie każdy uczeń musi pokazać jednemu z kolegów swoją tabelę wartości i poprosić go o zaprogramowanie maszyny funkcyjnej, która wyświetli tę tabelę.*

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Sugerowane narzędzia/materiały:**

* Urządzenia typu tablet, aplikacja, materiały dla uczniów

**Szacowany czas trwania:** 15 minut

**Aktywność 3.**

*Uczniowie proszeni są o połączenie maszyn funkcyjnych, a konkretnie maszyn 5a i 5b
 (* [Maszyny Funkcyjne (5) –](https://www.geogebra.org/m/jmw9xxqc) [GeoGebra](https://www.geogebra.org/m/pkhcktyz) *), jak pokazano na poniższym obrazku.*



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wejście | Wyjście 1 | Wyjście 2 |
| 1 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 10 |  |  |
| 12 |  |  |

*Zachęcamy uczniów do wypełnienia tabeli i wyjaśnienia całej klasie, w jaki sposób obliczana jest wartość wyjściowa.*

*Następnie poprosili o zmianę maszyn na 6a i 6b (* [Maszyny Funkcyjne (6) –](https://www.geogebra.org/m/zfn9wakm) [GeoGebra](https://www.geogebra.org/m/bgznfuhn) *) i uzupełnienie nowej tabeli.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wejście | Wyjście 1 | Wyjście 2 |
| 1 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 10 |  |  |
| 12 |  |  |



*Kiedy skończyli, nauczyciel poprosił ich o porównanie obu tabel i wyjaśnienie, w jaki sposób zmiana kolejności maszyn wpływa na wartości wyjściowe tabeli, korzystając z przykładów z ich pracy.*

*Uczniowie pracują niezależnie nad pytaniami (d)–(e), a następnie wymieniają się pomysłami ze swoją klasą na temat tego, jak pracują, aby znaleźć wartości wyjściowe i wejściowe*

**Sugerowane narzędzia/materiały:**

* Urządzenia typu tablet, aplikacja, materiały dla uczniów

**Szacowany czas trwania:** 15 minut

Ćwiczenia

*Zadanie opiera się na doświadczeniach uczniów z poprzednich ćwiczeń i ma na celu zapewnienie dalszych możliwości ćwiczeń poprzez zaangażowanie uczniów w ustrukturyzowaną serię pytań według tego samego schematu.*

*Zadanie 1 (Ćwiczenie 4):*

*Uczniowie proszeni są o podanie kombinacji dwóch maszyn funkcyjnych, które dają następujące tabele:*

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |
| 3 | 7 |
| 4 | 9 |

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 1 | 0 |
| 2 | 3 |
| 3 | 6 |
| 4 | 9 |

 *Następnie nauczyciel poprosi uczniów o wyjaśnienie swojej pracy i opisanie zasad działania każdej kombinacji maszyn.*

*Zadanie 2 (Ćwiczenie 5)*

*Uczniowie proszeni są o podanie kombinacji maszyn funkcyjnych (co najmniej dwóch), które dają następujące wyniki:*

1. *Wartość wejściowa jest taka sama jak wartość wyjściowa.*

*(To zadanie można dostosować do innych kombinacji maszyn, jeśli potrzebna jest dalsza praktyka )*

**Sugerowane narzędzia/materiały:**

* Urządzenia typu tablet, aplikacja, papier siatkowy, kostki

**Szacowany czas trwania:** 40 minut

Rozszerzenie – Aplikacje

*Sekcje Rozszerzenie-Aplikacja przedstawiają pytania o różnym stopniu trudności.*

*Oczekuje się, że w pytaniu 1 uczniowie ponownie zaczną programować maszynę z zasadą „dodaj 4” i drugą z zasadą „pomnóż przez 5”. Uczniowie proszeni są o wypełnienie poniższych tabel własnymi wartościami wejściowymi, a następnie wpisanie do obu maszyn wartości 0, a następnie wartości 1. Po zakończeniu ćwiczenia dyskutują z nauczycielem i wyjaśniają, jak zmienia się wartość wyjściowa, gdy wartość wejściowa wzrasta o 1. Następnie uczniowie wstawiają do obu maszyn wartości 30, 31, 32 i 33, a następnie 50, 51, 52 i 53. Uczniowie proszeni są również o wyjaśnienie, jak zmienia się wartość wyjściowa, gdy wartość wejściowa wzrasta o 1 i porównaj zmianę jednostek w obu maszynach.*

*W pytaniu 2 uczniowie rozwiązują problem matematyczny „Firma A wynajmuje rower na podstawie następujących stawek:* *8 euro za każdą godzinę i dodatkowe 5 euro na ubezpieczenie. „Uczniowie proszeni są o wykonanie kombinacji maszyn, która poda koszt wypożyczenia roweru w odniesieniu do godzin wypożyczenia oraz wyjaśni, jak one działały. Ich zadaniem jest także opisanie wykresu utworzonego w oknie wykresu i wykorzystanie go do udzielenia odpowiedzi na pytanie. Ponadto uczniowie proszeni są o wykonanie kombinacji maszyn w oparciu o problem „Firma B jest tańsza od firmy A za wypożyczenie roweru na mniej niż 4 godziny i wyjaśnienie swojej odpowiedzi na podstawie dostarczonych wykresów.*

**Sugerowane narzędzia/materiały:**

* Ulotka dla uczniów

**Szacowany czas trwania:** 30 minut

|  |
| --- |
| **Ocena** |

1. W poniższej maszynie wprowadzane są słowa, a maszyna podaje na wyjściu liczbę liter słowa (patrz przykład)



**MATHEMATICS**

**11**

1. Znajdź wartości wyjściowe dla następującego wejścia:
	1. GEOMETRIA
	2. ALGEBRA
	3. FUNKCJONOWAĆ
	4. LICZBY
2. Zaproponuj możliwe wartości wejściowe dla następujących wartości wyjściowych:
	1. 8
	2. 9
	3. 10
3. Znajdź poniżej zasady 5 automatów funkcyjnych.

MASZYNA A: Dodaj 5

MASZYNA B: odejmij 2

MASZYNA C: Pomnóż przez 3

MASZYNA D: Podziel przez 2

Podaj kombinację maszyn, która mogłaby podać poniższe tabele. Wyjaśnij kolejność.

**TABELA 1 TABELA 2**

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 1 | 4 |
| 2 | 5 |
| 4 | 7 |
| 7 | 10 |

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 1 | 8 |
| 2 | 11 |
| 5 | 20 |
| 10 | 35 |

**TABELA 3 TABELA 4**

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 1 | 3 |
| 3 | 4 |
| 7 | 6 |
| 15 | 10 |

|  |  |
| --- | --- |
| Wejście | Wyjście |
| 5 | 9 |
| 7 | 15 |
| 10 | 24 |
| 11 | 27 |

**Narzędzia cyfrowe:**

*Activity 1 – Part A:*

<https://www.geogebra.org/m/c5ntdqmw>



*Activity 1 – Part B:*

<https://www.geogebra.org/m/scw7vxrx>



*Activity 2:*

<https://www.geogebra.org/m/evfnv3v3>



*Activity 3:*

<https://www.geogebra.org/m/pkhcktyz>



<https://www.geogebra.org/m/bgznfuhn>

